NO.
Date 10/05/2018

Μάθημα 10ο

Θεμελιώδης Λήμμα Neyman-Pearson

Χρησιμοποιείται για τον έλεγχο της $H_0: \theta = \theta_0$ (απλή) έναντι της $H_a: \theta = \theta_a$ (απλή)

Αν υπάρχει κρίσιμη περιοχή C μεγέθους α και ένας σταθερός αριθμός K τ/ω:

$$\frac{L_0}{L_a} = \frac{\prod_{i=1}^{n} f(x_i, \theta_0)}{\prod f(x_i, \theta_a)} \leq K \quad \underline{\underline{\forall x \in C}}$$

και $$\frac{L_0}{L_a} > K \quad \underline{\underline{\forall x \notin C}}$$

Τότε η περιοχή C είναι η πλέον ισχυρή περιοχή μεγέθους α.

Δηλ όταν έχω απλή προς απλή και ζητείται η ισχυρότερη περιοχή θα παίρνω το $\frac{L_0}{L_a}$ και θα βρω το K.

Προσδιορισμός του K:

K: P(απορ. H_0 / H_0 αληθής) $= \alpha$ ← Θυμάμαι

$$P\left(\frac{L_0}{L_a} \leq K \,/\, H_0 \text{ αληθής}\right) = \alpha$$

Δηλ θα βρω το K έτσι ώστε η $P(..) = \alpha$.

NO.

Date

<u>Θεώρημα</u>: Έστω μια απλή $H_0: \theta = \theta_0$ έναντι μιας σύνθετης H_a (π.χ. $H_a: \theta > \theta_0$ ή $\theta < \theta_0$ ή $\theta \neq \theta_0$). Αν το <u>ισχυρότατο</u> τεστ μεγέθους α για τον έλεγχο της απλής H_0 έναντι της απλής $H_a': \theta = \theta_a$, όπου θ_a τ.ω. να ικανοποιείται η H_a, είναι ίδιο $\forall \theta_a \in H_a$. Τότε το τεστ αυτό είναι το ομοιομόρφως ισχυρότατο τεστ με μεγέθους α για τον έλεγχο της H_0 έναντι της σύνθετης H_a.

<u>π.χ.</u> $H_0: \theta = 158\ (\theta_0)$ (απλή) vs $H_a: \theta > 158\ (\theta_0)$ (σύνθετη)

Μετατρέπω το πρόβλημα σε:

$H_0: \theta = 158$ (απλή) vs $H_a: \theta = \theta_1$ (απλή) (όπου $\theta_1 > 158$) ↗ για να ικανοποιείται η σύνθετη

Γι αυτόν πρέπει να βρω το ισχυρότατο τεστ.

⇓

προηγούμενο λήμμα

⇓

<u>Ισχυρότατο</u>: $\frac{L_0}{L_a} \leq k$

με k τ.ω. P (απορ της H_0 / H_0 αληθής) $= \alpha$.

Αν το k δεν εξαρτάται από το θ_1 τότε αυτό είναι το ομοιομόρφως ισχυρότατο τεστ

ναι: 3.1 - 3.13
όχι: 3.21

NO.
Date

Άσκηση 3.4.

$X_1, X_2, \dots, X_{10}$ τ.δ. από πληθυσμό με $N(0, \sigma^2)$

Να βρεθεί η κρίσιμη περιοχή μεγέθους 0,05 για τον έλεγχο της υπόθεσης: $H_0: \sigma^2 = 1$ vs $H_a: \sigma^2 = 2$.

Λύση

1η σκέψη: έχω απλή προς απλή
ή απλή προς σύνθετη?

2η σκέψη: μπορώ να θέσω $\sigma_0^2 = 1$ και $\sigma_1^2 = 2$

3η σκέψη: Πρόκειται για έναν έλεγχο απλή προς απλή⊛ και θα χρησιμοποιήσω τον έλεγχο Neyman - Person ⊛με κ.π. μεγέθους.....

4η σκέψη: Παίρνω: $\frac{L_0}{L_a} \leq K \quad \forall x \in C \Longrightarrow$

$$\Longrightarrow \frac{\prod_{i=1}^{n} f(x_i, \theta_0)}{\prod_{i=1}^{n} f(x_i, \theta_1)} \leq K \Longrightarrow$$

$$\frac{\prod_{i=1}^{n} (2\pi\sigma_0^2)^{-1/2} e^{-1/2\sigma_0^2 \, X_i^2}}{\prod_{i=1}^{n} (2\pi\sigma_1^2)^{-1/2} \cdot e^{-1/2\sigma_1^2 \, X_i^2}} \leq K \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \underbrace{\left(\frac{2\pi\sigma_0^2}{2\pi\sigma_1^2}\right)^{-n/2}}_{(>0) \text{ αριθμός}} \cdot e^{-1/2 \sum X_i^2 \left(\frac{1}{\sigma_0^2} - \frac{1}{\sigma_1^2}\right)} \leq K \Longrightarrow$$

$$= K_1$$

$$\Longrightarrow e^{-1/2 \sum X_i^2 \left(\frac{\sigma_1^2 - \sigma_0^2}{\sigma_0^2 \sigma_1^2}\right)} \leq K_1$$

Θα απλοποιήσω με λογάριθμο. ↑Προσοχή στην φορά

NO.

Date

Θέλω να προσδιορίσω το πρόσημο του.

$$\Longrightarrow \underline{-\frac{1}{2}} \sum x_i^2 \underbrace{\left(\frac{\sigma_1^2-\sigma_0^2}{\sigma_0^2\sigma_1^2}\right)}_{\text{θετικό}} \leq K_2$$

("κάτι" που προκύπτει)

$$\Longrightarrow \sum x_i^2 \,\underline{\geq}\, K_3.$$

Εργάστηκα στη μέγιστη απλοποίηση που μπορούσα όπου το K_3 θα το προσδιορίσω ε/ώ:

P (απορ. H_0 / H_0 αληθής) $= a \Longrightarrow$

$$P\left(\sum x_i^2 \geq \underline{K_3} \;/\; x_i \sim N(0,\sigma_0^2)\right) = a.$$

διότι H_0 αληθής $\Rightarrow \sigma^2 = \sigma_0^2 = 1$

Είναι:
$$\begin{cases} x_i \overset{H_0}{\sim} N(0,1) \\ x_i^2 \overset{H_0}{\sim} \chi_1^2 \\ \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \overset{H_0}{\sim} \chi_n^2 \end{cases}$$

Άρα έχω: $P(\chi_n^2 \geq K_3) = a \Longrightarrow$

$$\Longrightarrow \boxed{K_3 = \chi^2_{n,a}}$$

Αν είχα $H_1: \sigma^2 > 1$ θα έκανα τα ίδια θα έφτανα στο ίδιο αποτέλεσμα αλλά δεν έχω το σ_1 πουθενά άρα το ομοιομ. ισχυρ. τεστ αυτό που βρήκα.

Άσκηση 3.1

$x_1, x_2, \dots, x_9$ από $N(\mu, 1)$

$H_0: \mu = 20$

$H_a: \mu = 21{,}5$

με $\bar{X} > 21$ κ.π. να βρείτε

P(σφάλματος τύπου I), P(σφάλματος τύπου II)

Λύση.

Ισχύει: $x_1, \dots, x_n$ $N(\mu, \sigma^2) \Rightarrow \bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n)$

αποδεικνύεται και με ροπογεννήτριες

Είναι: $a = P(\text{σφάλμα τύπου I}) = P(\text{απορ } H_0 / H_0 \text{ αληθ.}) =$

$= P(\bar{X} > 21 \,/\, x_i \sim N(20, 1)) =$

$= P(\bar{X} > 21 \,/\, \bar{X} \sim N(20, 1/9)) =$

$$= P\left(\frac{\bar{X} - 20}{\sqrt{1/9}} \geq \frac{21 - 20}{\sqrt{1/9}}\right) = P(Z \geq 3) =$$

$= 0{,}5 - 0{,}4987 = \dots$

δεν πολύ με νοιάζει το ίσον διότι έχω συνεχή τ.μ.

$b = P(\text{σφάλμα τύπου II}) = P(\text{αποδ. } H_0 / H_a \text{ αληθής}) =$

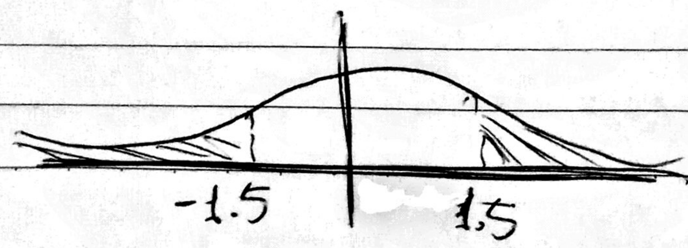
$= P(\bar{X} \leq 21 \,/\, x_i \sim N(21{,}5, 1)) =$

$= P(\bar{X} \leq 21 \,/\, \bar{X} \sim N(21.5, 1/9)) =$

$$= P\left(\frac{\bar{X} - 21.5}{\sqrt{1/9}} \leq \frac{21 - 21.5}{\sqrt{1/9}}\right) = P(Z \leq -1.5) =$$

$= 0{,}5 - 0{,}4332$

$= \dots$



Date

Άσκηση 35

$X_1, \dots, X_{10}$ τ.ω. $\text{Εκθ}(1/\theta) \equiv \text{Γάμμα}(1,\theta)$

$a=0,05$

$H_0: \theta = 2 \quad (=\theta_0)$

$H_a: \quad \theta = 4 \quad (=\theta_1)$

Λύση.

$$\frac{L_0}{L_a} \leq K \Rightarrow \frac{\prod f(x_i,\theta_0)}{\prod f(x_i,\theta_1)} \leq K \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\prod \frac{1}{\theta_0} e^{-1/\theta_0 X_i}}{\prod \frac{1}{\theta_1} e^{-1/\theta_1 X_i}} \leq K \Rightarrow \frac{\frac{1}{\theta_0^n} e^{-1/\theta_0 \Sigma X_i}}{\frac{1}{\theta_1^n} e^{-\frac{1}{\theta_1}\Sigma X_i}} \leq K$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\theta_1}{\theta_0}\right)^n e^{-\Sigma X_i\left(\frac{1}{\theta_0}-\frac{1}{\theta_1}\right)} \leq K \Rightarrow$$

$$\Rightarrow e^{-\Sigma X_i\left(\frac{\theta_1-\theta_0}{\theta_0\theta_1}\right)} \leq K_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\Sigma X_i\left(\frac{\theta_1-\theta_0}{\theta_0\theta_1}\right) \leq K_2 \Rightarrow \boxed{\Sigma X_i \geq K_3}$$

$$a = P\left(\Sigma X_i \geq K_3 \mid X_i \overset{H_0}{\sim} \text{Γάμμα}(1,2)\right) \Rightarrow$$

$$a = P\left(\Sigma X_i \geq K_3 \mid \Sigma X_i \overset{H_0}{\sim} \text{Γάμμα}(n,2) \equiv X^2_{2n}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{K_3 = X^2_{2n,a}} \quad n=10, \; a=0,05$$

(Η Γάμμα κατανομή δεν έχει ποσοστιαία σημεία
$X_v^2 \equiv \text{Γάμμα}(v/2, 2)$)

Date

Επιπλέον ερώτημα: Ισχύς ; !

H κπ. $\Sigma X_i \geq \chi^2_{20, 0,05} = 31,41$

$\gamma = P(\text{απορ. } H_0 / H_a \text{ αληθής}) \Rightarrow$

$\gamma = P(\Sigma X_i \geq 31.41 / X_i \sim \text{Γάμμα}(1,4))$

υπό την H_a : $\theta = 4$

$\gamma = P(\Sigma X_i \geq 31.41 / \Sigma X_i \sim \text{Γάμμα}(n,4)) \Rightarrow$

$\gamma = P\left(\frac{1}{2}\Sigma X_i \geq \frac{1}{2} 31.41 / \frac{1}{2}\Sigma X_i \sim \text{Γάμμα}(n,2)\right) \Rightarrow$

απόδειξη με ροπογεννήτριες

$\gamma = P\left(\frac{1}{2}\Sigma X_i \geq \frac{31.41}{2} / \frac{1}{2}\Sigma X_i \sim \chi^2_{2n}\right) \Rightarrow$

$\gamma = 1 - P\left(\chi^2_{2n} < \frac{31.41}{2}\right) = 1 - F_{\chi^2_{2n}}\left(\frac{31.41}{2}\right)$

!!! $\chi^2_v \equiv \text{Γάμμα}\left(\frac{v}{2}, 2\right)$

NO

Date

Άσκηση 3.6

$X_1, X_2, \ldots, X_{16}$ τ.δ. από $N(\mu, \sigma^2 = 4)$

μόνη άγνωστη παράμετρος

Να βρεθεί ΤΕΣΣ με $a = 5\%$ για τον έλεγχο της:

$H_0: \mu = 1$ έναντι $H_a: \mu > 1$

και να υπολογιστεί η ισχύς όταν $\mu = 3$.

Λύση

Έχω απλή προς σύνθετη.

Θέλω ν.β. ένα ομοιομ. ΤΕΣΣ για την απλή προς συνθ. Θα προσδιορίσω αρχικά το ισχυρότατο ΤΕΣΣ μεγέθους a για τον έλεγχο της:

$H_0: \mu = 1$ (μ_0) έναντι της $H_a: \mu = \mu_1$ $(\mu_1 > \mu_0)$

(Μετέτρεψα σε απλή προς απλή)

$$\frac{L_0}{L_a} \leq k \Rightarrow \frac{\prod (2\pi\sigma^2)^{-1/2} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(X_i-\mu_0)^2}}{\prod (2\pi\sigma^2)^{-1/2} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(X_i-\mu_1)^2}} \leq k$$

$$\Rightarrow e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\{\Sigma(X_i-\mu_0)^2 - \Sigma(X_i-\mu_1)^2\}} \leq k \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2\sigma^2}\left(\Sigma(X_i-\mu_0)^2 - \Sigma(X_i-\mu_1)^2\right) \leq k_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Sigma(X_i-\mu_0)^2 - \Sigma(X_i-\mu_1)^2 \geq k_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{\Sigma X_i^2} - 2\mu_0 \Sigma X_i + n\mu_0^2 - \cancel{\Sigma X_i^2} + 2\mu_1 \Sigma X_i - n\mu_1^2 \geq k_2$$

$$\Rightarrow 2\Sigma X_i (\mu_1 - \mu_0) \geq k_3 \Rightarrow \boxed{\Sigma X_i \geq k_4}$$

ή ισοδύναμα $\boxed{\bar{X} \geq k_5}$

πρέπει ένα από τα δύο ανάλογα με τη βολεύει κάθε φορά για να φτάσει σε γνωστό

NO.

Date

Άρα $P(\bar{X} \geq k_5 / X_i \sim N(\mu=\mu_0=1, \sigma^2=4)) = \alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow P(\bar{X} \geq k_5 / \bar{X} \sim N(1, \sigma^2/n = 4/16)) = a \Rightarrow$

$\Rightarrow a = P\left(\underbrace{\frac{\bar{X}-1}{\sqrt{1/4}}}_{\sim N(0,1)} \geq \frac{k_5-1}{\sqrt{1/4}} / \bar{X} \sim N(1, 1/4)\right)$

$\Longrightarrow \dfrac{k_5-1}{\sqrt{1/4}} = Z_a \xRightarrow{Z_{0,05}=1.64} (k_5-1)2 = 1.64 \Rightarrow$

$\Rightarrow k_5 = \dfrac{1.64}{2} + 1 \Rightarrow \boxed{k_5 = 1.82}$

Άρα $\bar{X} \geq 1.82$

$\gamma = P(\bar{X} \geq 1.82 / X_i \sim N(\mu=3, \sigma^2=4)) \Rightarrow$

$\gamma = P(\bar{X} \geq 1.82 / X \sim N(\mu=3, 1/4)) \Rightarrow$

! $\gamma = P\left(\frac{\bar{X}-3}{\sqrt{1/4}} \geq \underbrace{\frac{1.82-3}{\sqrt{1/4}}}_{\sim N(0,1)}\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow \gamma = P(Z \geq -2.36) \Rightarrow \boxed{\gamma = 0,9909}$

NO.

Date

Άσκηση 3.2 !!!

$X_1, \dots, X_{12}$ τ.δ. από Poisson(θ)
για τον έλεγχο της: $H_0: \theta = 1/2$ vs $H_a: \theta < 1/2$
χρησιμοποιούμε την $\Sigma X_i \leq 2$
i) επίπεδο σημαντικότητας a;
ii) ισχύς;

Λύση
Δοθείσα κατανομή διακριτή ή συνεχής ??? ⚠
→ τις διακριτές πρέπει να είμαι προσεκτική στις ισότητες.
Εδώ έχω Poisson → Διακριτή κατανομή.

Είναι: $H_0: \theta = \theta_0 \; (\theta_0 = 1/2)$ $\quad H_a: \theta = \theta_1 \; (\theta_1 < \theta_0)$

$$\frac{L_0}{L_a} \leq K \Rightarrow \frac{\prod_{i=1} \frac{\theta_0^{x_i} \cdot e^{-\theta_0}}{\cancel{x_i!}}}{\prod_{i=1} \frac{\theta_1^{x_i} \cdot e^{-\theta_1}}{\cancel{x_i!}}} \leq K \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\theta_0}{\theta_1}\right)^{\Sigma X_i} \underbrace{\frac{e^{-n\theta_0}}{e^{-n\theta_1}}}_{>0} \leq K \Rightarrow \left(\frac{\theta_0}{\theta_1}\right)^{\Sigma X_i} \leq K_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Sigma X_i \, \ln \frac{\theta_0}{\theta_1} \leq K_2 \Rightarrow \boxed{\Sigma X_i \leq K_3}$$

Προσοχή στη διαίρεση!

$\theta_0 > \theta_1$

$\frac{\theta_0}{\theta_1} > 1 \Rightarrow \ln \frac{\theta_0}{\theta_1} > 0$

Το τεστ που μου δίνουν $(K_3 = 2)$ είναι ισχυρότατο

Θέλουμε να προσδιορίσουμε το K_3 έτσι ώστε:

$$a = P\left(\sum X_i \le K_3 \,/\, X_i \sim Poisson(\theta_0^{=0,5})\right)$$
$$= P\left(\sum X_i \le K_3 \,/\, \sum X_i \sim Poisson(6)\right)$$

Όταν $X_i \sim Poisson(\theta)$ $\xrightarrow{\text{Ροπογεννήτριες}}$ $\sum X_i \sim Poisson(n\theta)$.

Στις διακριτές μπορώ να βρω τιμές για συγκεκριμένα επίπεδα σημαντικότητας.
Στα περισσότερα οι τιμές είναι μεταξύ από 2.

Γι αυτό εδώ δίνεται $K_3 = 2$ και συμπεραίνουμε ότι $a = 0.0620$
(από πίνακα)

Άρα: $$\gamma = P\left(\sum X_i \le 2 \,/\, X_i \sim Poisson(\theta_1)\right) =$$
$$= P\left(\sum X_i \le 2 \,/\, \sum X_i \sim Poisson(12\theta_1)\right) =$$
$$= P\left(\sum X_i = 0\right) + P\left(\sum X_i = 1\right) + P\left(\sum X_i = 2\right) =$$

$$= \frac{(12\theta_1)^0 e^{-12\theta_1}}{0!} + \frac{(12\theta_1)^1 e^{-12\theta_1}}{1!} + \frac{(12\theta_1)^2 e^{-12\theta_1}}{2!} =$$

$$= \ldots$$

Άσκηση 3.7 ("παρέα" με προηγούμενη)

$X_1, X_2, \dots, X_{20}$ τ.δ. $P(\theta)$

$\sum X_i \geq 5$ ομοιομ. ισχυρή για τον έλεγχο:

$H_0: \theta = 1/10 \ (=\theta_0)$ (απλή)

$H_a: \theta > 1/10 \ (=\theta_1)$ (σύνθετη)

$a = ;$

Λύση

$H_0: \theta = \theta_0$

$H_a: \theta = \theta_1 \quad (\theta_1 > \theta_0)$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{L_0}{L_a} \leq k \Rightarrow \dots \overset{(3.2)}{\Longrightarrow} \sum X_i \ln\frac{\theta_0}{\theta_1} \leq k_2 \\ \theta_0 < \theta_1 \Rightarrow \frac{\theta_0}{\theta_1} < 1 \Rightarrow \ln\frac{\theta_0}{\theta_1} < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \boxed{\sum X_i \geq k_3}$ (κρίσιμη περιοχή $\geq k_3$)

όμοιως με άσκηση 3.2.

Έστω ότι δεν έδινε $\sum X_i \geq 5$.

$a = P\left(\sum X_i \geq k_3 \mid X_i \overset{iid}{\sim} \text{Poisson}(n)\right) =$

$= P\left(\sum X_i \geq k_3 \mid \sum X_i \overset{iid}{\sim} \text{Poisson}\left(\tfrac{n}{10} = 2\right)\right)$

Έχω διαθέσιμους πίνακες αθροιστικής κατανομής

$P\left(\sum X_i \leq \text{"κάτι"}\right)$.

Άρα εδώ πρέπει να αλλάξω τη φορά με το συμπληρωματικό.

$a = 1 - P\left(\sum X_i < k_3 \mid \sum X_i \sim P(2)\right) =$

$= 1 - P\left(\sum X_i \leq k_3 - 1 \mid \sum X_i \sim P(2)\right)$

Έστω ότι έλεγε να βρίσκεται ανάμεσα στο 1%-5%

$\Longrightarrow$ θα πήγαινα στο $k_3 - 1 = 5\%$

Άρα $a = 1 - 0.9834 \in (1,5)\%$

NO.

Date

Άρα $k_3 - 1 = 5 \Rightarrow \boxed{k_3 = 6}$

και $a = 1 - P(\Sigma X_i \leq 4 / \Sigma X_i \sim P(2)) = \ldots$

Να βρεθεί η ισχύς όταν $\theta = 2/10$ (σπίτι)

Άσκηση 3.8

$X_1, \ldots, X_4 \quad B(1, \theta)$

$f(x, \theta) = \theta^x (1-\theta)^{1-x}, \quad x = 0, 1.$

$H_0: \theta = 0.4 \quad H_a: \theta > 0.4.$

$\Sigma X_i > 3$ Ο.Ι. $a = ;$ και $\gamma = ;$ όταν $\theta = 0.45$.

Λύση: Έχω απλή προς σύνθετη
Μετατρέπω σε απλό προς απλό:
$H_0: \theta = \theta_0 \ (\theta_0 = 0.4) \quad H_a: \theta = \theta_1 \ (\theta_1 > \theta_0)$

$$\frac{L_0}{L_1} \leq k \Rightarrow \frac{\prod \theta_0^{x_i} (1-\theta_0)^{1-x_i}}{\prod \theta_1^{x_i} (1-\theta_1)^{1-x_i}} \leq k \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\theta_0^{\Sigma x_i} (1-\theta_0)^{n-\Sigma x_i}}{\theta_1^{\Sigma x_i} (1-\theta_1)^{n-\Sigma x_i}} \leq k \Rightarrow$$

$(1-\theta_0)^n > 0$
$(1-\theta_1)^n > 0$

$$\Rightarrow \left[\frac{\theta_0 (1-\theta_1)}{\theta_1 (1-\theta_0)}\right]^{\Sigma x_i} \leq k_1 \Rightarrow$$

$$\Sigma x_i \ln\left(\frac{\theta_0}{\theta_1} \frac{(1-\theta_1)}{(1-\theta_0)}\right) \leq k_2 \Rightarrow$$

Για να βρω το πρόσημο βάζω απλά τυχαία νούμερα

$$\Rightarrow \boxed{\Sigma X_i \geq k_3}$$

Δίνεται $\Sigma X_i > 3 \Rightarrow \boxed{\Sigma X_i \geq 4}$

$a = P(\Sigma X_i \geq k_3 / X_i \overset{H_0}{\sim} B(1, 0.4))$ (Ροπος.) $\Rightarrow$

$a = P(\Sigma X_i \geq k_3 / \Sigma X_i \overset{H_0}{\sim} B(n=4, 0.4)) \Rightarrow$

$a = 1 - P(\Sigma X_i < k_3 / \Sigma X_i \overset{H_0}{\sim} B(4, 0.4)) \Rightarrow$

$a = 1 - P(\Sigma X_i \leq k_3 - 1 / \Sigma X_i \overset{H_0}{\sim} B(4, 0.4))$

$n = 4$, $x = 0$, $p = 0{,}4$.

Μας κάνει το $0{,}9744$

Άρα $k_3 - 1 = 3 \Rightarrow \boxed{k_3 = 4}$ ...

- $\gamma = P(\Sigma X_i \geq 4 / \Sigma X_i \overset{H_a}{\sim} B(n=4, 0.45)) =$
  $= 1 - P(\Sigma X_i < 4 / \Sigma X_i \overset{H_a}{\sim} B(4, 0.45)) =$
  $= 1 - P(\Sigma X_i \leq 3 / \Sigma X_i \sim B(4, 0.45)) =$
  $= 1 - 0.9590 = \ldots$

Άσκηση 3.9 μπορούμε να τη λύσουμε
3.11, 3.10 στο επόμενο μάθημα

3.9, 3.12, 3.13 ← Σπίτι

Ροπής 3ης τάξης $= EX^3$